

## LEGO i matematika

TOMISLAV RUDEC\*

**Sažetak.** *Ovaj članak donosi nekoliko zanimljivosti te dvije vrste zadataka o LEGO kockicama. Zadaci su, iako istog tipa, vrlo različitih težina, tj. neki će biti laki i predškolskoj djeci dok će se za neke od zadataka morati pomučiti i profesionalni matematičari. Zadaci su uglavnom kombinacija geometrije i kombinatorike.*

**Ključne riječi:** *kombinatorika, geometrija*

### LEGO and mathematics

**Abstract.** *This paper contains some interesting facts as well as two types of exercises referring to LEGO building bricks. Although being of the same type, the exercises are of different complexity, i.e. some of them are going to be easy even for pre-school children, whereas some of the exercises will be difficult even for professional mathematicians. They mostly represent a combination of geometry and combinatorics.*

**Key words:** *combinatorics, geometry*

### Uvod u LEGO svijet

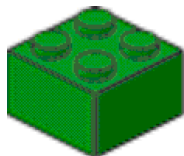
Glavni lik priče o nastanku LEGA danski je stolar Ole Kirk Christiansen. Više od građevinskih radova Ole je volio izrađivati drvene makete, figurice i igračke. Rezbario je kućice za lutke i kockice za gradnju, što mu je s vremenom krenulo tako dobro da se odlučio baviti isključivo izradom igračaka. Od danskih riječi leg i godt (igrati se i dobro) sastavio je ime svoje tvrtke – LEGO. LEGO sve do danas pripada obitelji Christiansen, a od 1979. godine upravitelj je Oleov unuk Kjeld Kirk Christiansen.

Od 1958. godine proizvode kockice u današnjem obliku i veličini, a do sada je (2006. g.) u svijetu proizvedeno više od tristo milijardi kockica, ili otprilike, za svakog stanovnika svijeta po pedeset! Osnovne, najčešće dimenzije kockica su  $2 \times 2$  i  $2 \times 4$ , a osim njih LEGO je proizveo na desetke i stotine drugih oblika i dimenzija. Figurice, točkovi i druge igračke imaju zajedničko svojstvo: odlično pristaju jedna

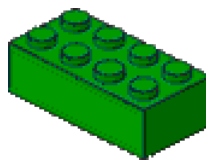
---

\*Osnovna škola "Dobriša Cesarić", Neretvanska 10, HR-31000, Osijek

u drugu pri prvom i stotinu i prvom slaganju.



*Kockica dimenzija  $2 \times 2$*



*Kockica dimenzija  $2 \times 4$*

LEGO je danas po veličini četvrti proizvođač igračaka na svijetu (poslije tvrtki Mattel, Hasbro i Bandai), a Klub ljubitelja LEGA broji oko dva milijuna članova. LEGO kockice nedavno su proglašene (časopis Forbes) za najbolju igračku 20. stoljeća. Mogućnosti slaganja su zaista brojne - od dvije  $2 \times 4$  kockice iste boje možemo sastaviti čak 24 različite figurice, a od šest takvih kockica, matematičari su uz pomoć računala izračunali, čak 915 103 756 figurica!

## Matematički zadaci s LEGO kockicama

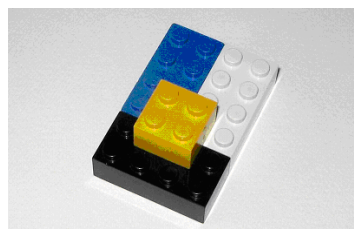
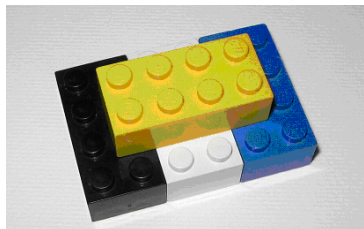
Zadatke o LEGO kockicama najčešće ne možemo rješavati uobičajenim matematičkim alatima (npr. jednažbama ili geometrijskim formulama). Postoje matematičke teorije koje se bave popločavanjima, slaganjima i slično, no svodenje zadataka koji slijede na njihove rezultate nestručnjacima bi (a i stručnjacima) bilo prekomplikirano. Čitatelju u zadacima koji slijede neće dakle trebati veća matematička znanja - na rješavanje su pozvani svi.

Za sve ćemo figurice pretpostavljati da su iz jednog dijela, tj. kockice su spojene u jedan oblik.

### 1. Tlocrt

**Zadatak 1.** *Koristeći po želji puno LEGO kockica  $2 \times 2$  i  $2 \times 4$  (ovdje boja nije važna), složite figuricu čiji je tlocrt ("pogled odozgo") puni pravokutnik dimenzija  $4 \times 6$ .*

**Rješenje:** Vidi sliku.

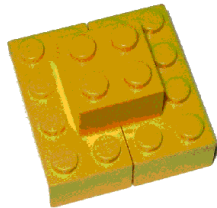


*Figurica tlocrta  $4 \times 6$  sa četiri velike kockice i druga s tri velike i jednom malom kockicom. Drugu ćemo varijantu smatrati uspješnijom*

U ovim ćemo zadacima koristiti samo kockice veličine  $2 \times 2$  i  $2 \times 4$ , a cilj je složiti oblik, tj. figuru koju gledajući odozgo vidimo kao puni pravokutnik traženih dimenzija. (Lik koji vidimo kad neki objekt gledamo odozgo zovemo tlocrt tog objekta). Traženu bi figuru trebali izvesti prije svega sa što manje nivoa (redova), a onda i sa što manje kockica. Zamislimo da svaka velika kockica  $2 \times 4$  stoji tri boda, a svaka mala  $2 \times 2$  dva boda. Zadatak je načiniti najisplativiju figuricu, figuricu sa što manje bodova. (Treba upotrijebiti malu kockicu umjesto velike, ako je moguće (naravno da je to teže), a isto je tako bolje (i teže) uzeti jednu veliku kockicu umjesto dvije male jer je ukupan broj kockica tada manji).

**Zadatak 2.** *Konstruirajte najisplativiju figuricu tlocrta  $4 \times 4$ .*

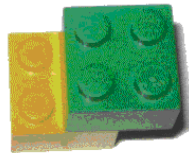
**Rješenje:** Dovoljno je staviti dvije kockice  $2 \times 4$  jednu pokraj druge. No ipak još nismo gotovi jer ta figurica nije složena, nije iz jednog dijela, pa treba uzeti još jednu kockicu  $2 \times 2$  i spojiti ove dvije npr. odozgo. Kad dobivenu figuricu stavimo na stol i pogledamo ju odozgo, vidimo kvadrat  $4 \times 4$ , tj. figuru tlocrta  $4 \times 4$ . Figurica je načinjena u dva reda, a potrošili smo dvije  $2 \times 4$  i jednu  $2 \times 2$  kockicu, tj. ukupno 8 bodova i to je najbolja varijanta.



*Figurica tlocrta  $4 \times 4$*

**Zadatak 3.** *Konstruirajte najisplativiju figuricu tlocrta  $3 \times 2$ .*

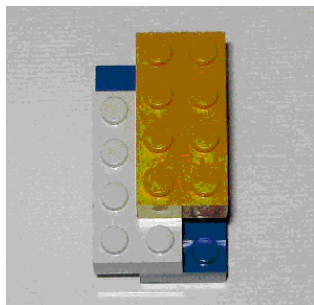
**Rješenje:** 2 male kockice po 2 boda = 4 boda.



*Figurica tlocrta  $3 \times 2$*

**Zadatak 4.** *Sa što manje potrošenih bodova složite figuricu tlocrta  $3 \times 5$ .*

**Rješenje:** Oblik  $3 \times 5$  nije moguće izvesti iz dva nivoa (pokušaj). Jedno od rješenja dano je na slici. Broj bodova je 10.

Figurica tlocrta  $3 \times 5$ 

**Zadatak 5.** Uz što manje nivoa, a onda i sa što manje bodova složite figuricu zadanog tlocrta.

$\times$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2		2N 4B							
3	X			3N 10B					
4	X	X	2N 8B						
5	X	X	X						
6	X	X	X	X					
7	X	X	X	X	X				
8	X	X	X	X	X	X			
9	X	X	X	X	X	X	X		
10	X	X	X	X	X	X	X	X	

## 2. Malo kockica za mnoštvo figurica

**Zadatak 6.** Koliko se različitih figurica (oblika) može sastaviti od dvije  $2 \times 2$  LEGO kockice iste boje?

Rješenje:

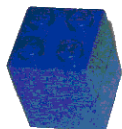


Figura A

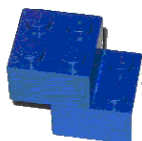


Figura B

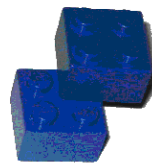


Figura C

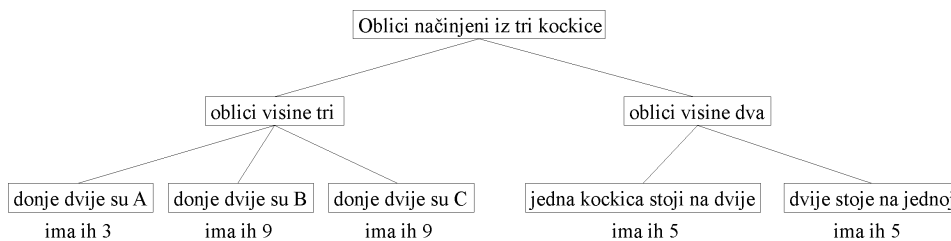
**Zadatak 7.** *Koliko se različitih figurica može sastaviti od tri  $2 \times 2$  LEGO kockice iste boje?*

**Rješenje:** Tri kockice možemo složiti u figuricu visine tri (uz tri nivoa) i figuricu visine dva. Ako slažemo figuricu visine tri najprije moramo složiti prvi i drugi kat, a to možemo, po prethodnom primjeru, učiniti na tri različita načina. Sada još samo treba staviti treću kockicu na drugu, a to opet po prethodnom primjeru možemo učiniti na tri načina. Dakle,  $3 \cdot 3 = 9$  načina.

No, ovo je razmišljanje pogrešno i lijepo pokazuje da u zadacima o LEGO kockicama nećemo moći koristiti puno matematičkih trikova.

Greška je u tome što kada slažemo dvije kockice, donja je kockica simetrična pa uopće nije bitno kako ćemo ju okrenuti prije nego na nju stavimo drugu kockicu, što s dvije već složene kockice nije slučaj.

No od matematike nešto možemo ipak uzeti, a to je sistematičnost. Sve moguće figurice načinjene od tri kockice možemo razdijeliti na različite grupe u odnosu na njihov izgled. Jedno od mogućih raščlanjenja, obzirom na prethodni zadatak i figurice A, B i C sa slike izgleda ovako:



Ukupan broj rješenja je, zaključujemo,  $(3 + 9 + 9) + (5 + 5) = 21 + 10 = 31$ .

**Zadatak 8.** *Koliko različitih figurica možemo složiti od dvije  $2 \times 2$  figurice različitih boja?*

**Rješenje:** Neka su te boje, radi određenosti, plava i žuta. Očito ove figure možemo podijeliti na one u kojima je donja plava i one u kojima je donja žuta, a za svaki od tih slučajeva, po zadatku 6, imamo tri mogućnosti. Ukupno:  $2 \text{ vrste} \cdot 3 \text{ figurice} = 6$  traženih figurica. (Evo i malo matematike!)

**Zadatak 9.** *Popunite prazna polja u tablici. U svako polje upišite koliko se različitih oblika može sastaviti od kockica koje određuju to polje. Brojevi koje smo izračunali u primjerima već su upisani (npr. broj 31 znači da se od 2 male plave i 1 male plave kockice, dakle tri male plave kockice, može složiti ukupno 31 različita figurica). Neka od polja u tablici predstavljaju isti zadatak, npr. polja označena s A. Broj u polju označenom sa \* teško je dobiti, u polju s \*\* vrlo teško, a u polju s \*\*\*, naravno, vrlo vrlo teško!*

	1 mala plava	1 mala žuta	2 male plave	2 male žute	1 mala žuta i 1 mala zelena	1 velika žuta
1 mala plava	3	6	31			A
1 velika plava		A	*	*	*	
2 velike plave	**	**	****	****	****	**

